

4. Tutorium

Notiztitel

19.11.2009

Formale Sprachen

L_1, L_2, L_3 seien Sprachen.

$$L \subseteq A^*$$

Produkt: $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \wedge w_2 \in L_2\}$

Potenzen: $L^0 = \{\epsilon\}$ $\forall i \in \mathbb{N}_0: L^{i+1} = L^i L$

Konkatenationsabschluss

$$L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$$

$$L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$$

Beispiele:

$\{a, bb\}^* = \{a, \varepsilon, bb, abb, bba, aabb, \dots\}$ Nicht b

Java Integers: $\{\varepsilon, -\} \{0, \dots, 9\}^+$

$L_1 := \{a^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$, $L_2 := \{b^m \mid m \in \mathbb{N}_0\}$

$L_1 L_2 = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N}_0\}$

Aufgaben

1. Kürzeste Wort, das nicht in $\{a\}^* \{ab\}^* \{b\}^*$ ist. ba

2. Sprache für Wörter über $A = \{a, b\}$

a) mit b beginnen und Länge 3 haben $\{b\} \{a, b\}^2$

b) — " ————— mindestens 1 a enthalten $\{b\}^+ \{a\} \{a, b\}^*$

c) nicht Teilwort ab enthalten $\{b\}^* \{a\}^*$

Kontextfreie Grammatiken

$$G = (N, T, S, P)$$

N : Nichtterminal Symbole

T : Terminalsymbole

$S \in N$: Startsymbol

P : Produktion

Beispiel

1.) $G = (\{X\}, \{a, b\}, X, \{X \rightarrow \varepsilon \mid aX \mid bX\})$

$$\Rightarrow L(G) = \{a, b\}^*$$

2.) Wörter mit Teilwort baa über $A = \{a, b\}$

$$G = (\{S, X\}, \{a, b\}, S, \{S \rightarrow XbaaX, X \rightarrow aX \mid bX \mid \varepsilon\})$$

Aufgaben

Finde Grammatik, die Sprache erzeugt über Wörter,

a) mit b beginnen und Länge 3 haben

b) — " — mit Aresten ≥ 1 a enthalten

c) nicht Teilwort ab enthalten

Lösungen

$G = (N, \{a, b\}, S, P)$ mit

a) $N = \{S, X\}$, $P = \{S \rightarrow bXX \mid a \mid b\}$

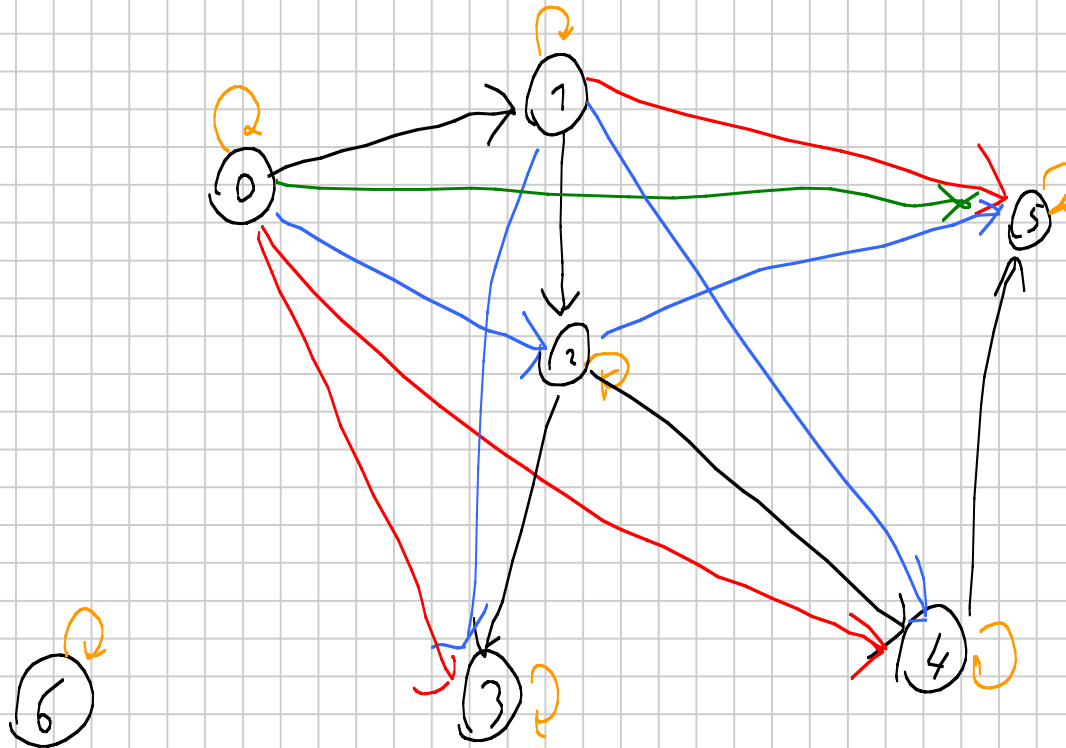
b) $N = \{S, X\}$, $P = \{S \rightarrow bX, X \rightarrow aX \mid bX \mid Xa \mid Xb \mid a\}$

oder: $N = \{S, X\}$, $P = \{S \rightarrow bS \mid bax, X \rightarrow aX \mid bX \mid \epsilon\}$

c) $N = \{S, X\}$, $P = \{S \rightarrow bS \mid X, X \rightarrow aX \mid \epsilon\}$

Reflexiv-transitive Hülle

$$\mathbb{G}_7 \times \mathbb{G}_7 \ni R = \{(0,1), (1,2), (2,3), (2,4), (4,5)\}$$



$$m : R$$

$$m^2 : R^2$$

$$m^3 : R^3$$

$$m^0 : R^0$$

$$\cup m : R^4$$

R^* : ref-trans.
Hülle