5. Tutorium

Notiztitel 26.11.2009

Codierungen

Zahlendarstellungen

Motivation: $w = 101$ hunderteins? fünf? zehn?

$\Sigma_2 := \{0, 1\}$ Alphabet

$num_2 : \Sigma_2 \to \mathbb{N}_0$, $num_2(0) = 0$ $num_2(1) = 1$

$Num_2 : \Sigma_2^* \to \mathbb{N}_0$

Def: $Num_2(\varepsilon) = 0$ $\forall w \in \Sigma_2^*$ $\forall x \in \Sigma_2$: $Num_2(wx) = 2 \cdot Num_2(w) + num_2(x)$

Beispiel $Num_2(101) \overset{\text{Def}}{=} 2 \cdot Num_2(10) + num_2(1) = 2(Num_2(1) \cdot 2 + num_2(0)) + 1$
$= 2(2 + 0) + 1 = 5$

// Eingabe $w \in \mathbb{Z}_2^*$

$x \leftarrow 0 : \mathbb{N}_0$

$v \leftarrow \varepsilon : \mathbb{Z}_2^*$

for $i \leftarrow 0$ to $|w|-1$ do

  $v \leftarrow v \cdot w(i)$

  $x \leftarrow 2 \cdot x + num_2(w(i))$

od

// Ende $x = Num_2(w)$

Invariante: $x = Num_2(v)$

i	v	x
0	ε	0
1	1	1
2	10	2
3	101	5

$Z_3' = \{1, 0, \bar{1}\}$, $\quad num_3'(\bar{1}) = -1 \quad num_3'(0) = 0 \quad num_3'(1) = 1$

$Num_3'(\varepsilon) = 0 \quad \forall w \in Z_3'^* \ \forall x \in Z_3' : Num_3'(wx) = 3 \cdot Num_3'(w) + num_3'(x)$

$Num_3'(\bar{1}01) = -8$

$Num_3'(1\bar{1}1) = 7$

- Wie erkennt man, dass eine Zahl negativ bzw positiv ist?

  Ist das 1. Zeichen „$\bar{1}$" oder „1"?

- Was passiert, wenn man $\bar{1}$ durch 1 und 1 durch $\bar{1}$ ersetzt?

  Multiplikation mit (-1)

- Welche ganze Zahlen besitzen Repräsentationen?

  alle

Homomorphismen

$h: A^* \to B^*$ $(A, B$ Alphabet$)$

$h(\varepsilon) = \varepsilon$

$\forall w \in A^* \; \forall x \in A: \; h(wx) = h(w) \cdot h(x)$

h ε-frei, wenn $\forall x \in A: h(x) \neq \varepsilon$

Beispiel: $A = \{a, b\}$, $B = \{0, 1\}$, $h(a) = 001$, $h(b) = 1101$

$h(\underbrace{bb}_{w}\underbrace{a}_{x}) \overset{Def}{=} h(bb) \cdot 001 = h(b)\, 1101\, 001 = 1101\, 1101\, 001$

Huffmancodes

$w = deedbeef$

Primitiver Ansatz: $p(b) = 00,\ p(d) = 01,\ p(e) = 10,\ p(f) = 11$

$\Rightarrow p(w) = 01\ 10\ 10\ 01\ 00\ 10\ 10\ 11$

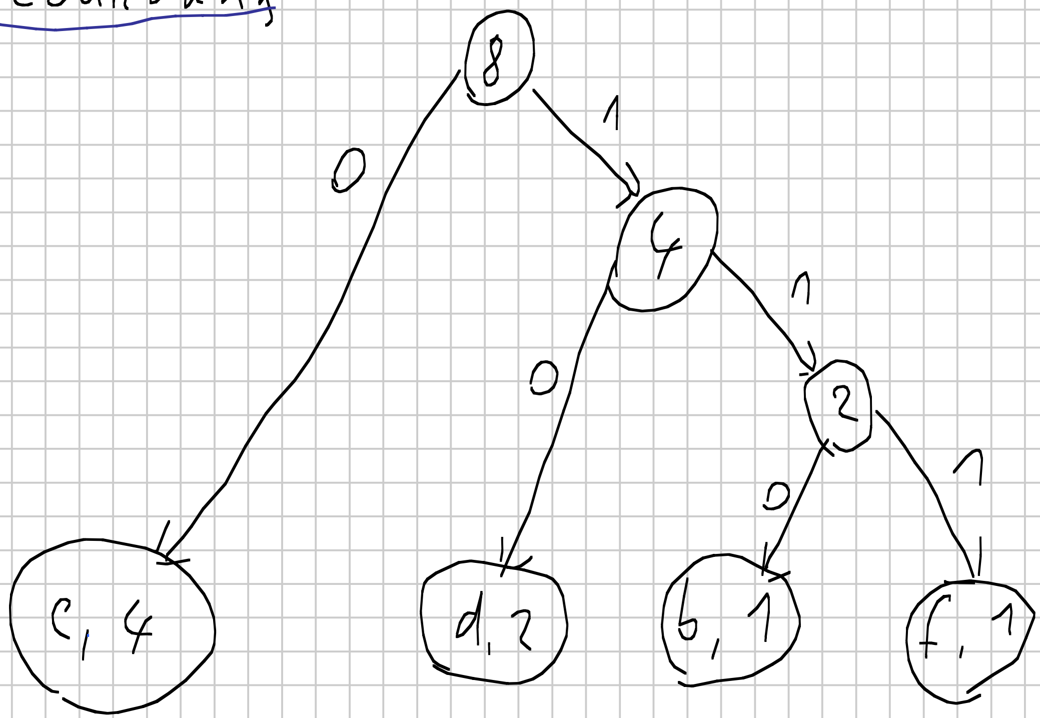
Huffmancodierung

b : 1

f : 1

d : 2

e : 4



$h(b) = 110,\ h(f) = 111,\ h(d) = 10,$
$h(e) = 0$

$\Rightarrow h(w) = 10\ 0\ 0\ 10\ 110\ 0\ 0\ 111$

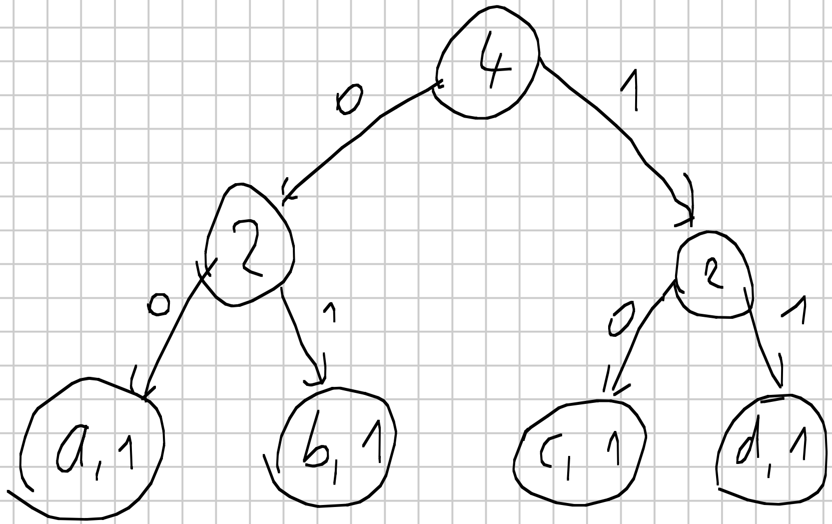
w = a b c d

a : 1

b : 1

c : 1

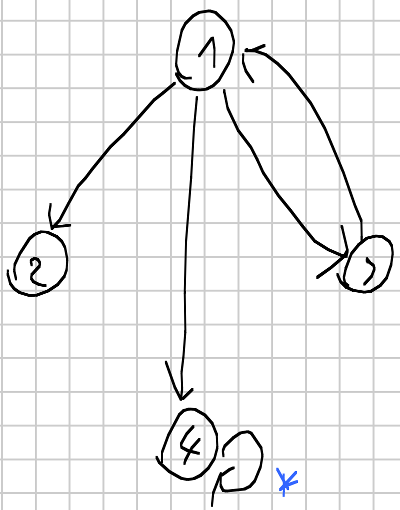
d : 1



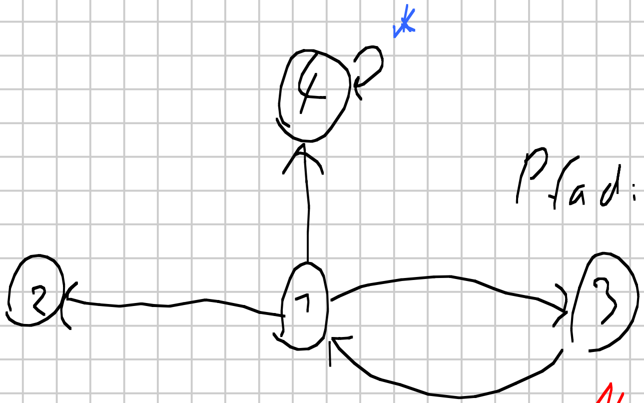
Graphen

$G = (V, E)$ V: Menge der Knoten, $E \subseteq V \times V$: Menge der Kanten

Beispiel: $V = \{1, 2, 3, 4\}$, $E = \{(1,2), (1,4), (1,3), (3,1), (4,4)\}$



=

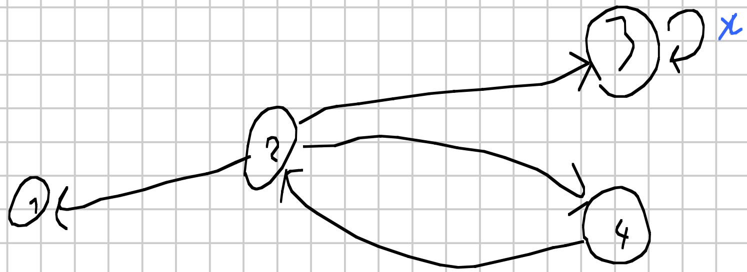


* Schlinge

Pfad: $(v_1, \dots, v_n)$ mit $v_1, \dots, v_n \in V$

Nachtrag: $\forall i \in G_n$: $(v_i, v_{i+1}) \in E$

isomorph:



Teilgraph