6. Tutorium

Notiztitel 03.12.2009

Gerichtete Graphen

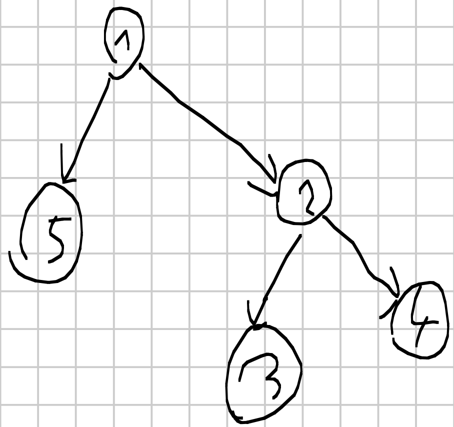
Knotenmenge: V Kantenmenge $E \subseteq V \times V$ $G = (V, E)$

streng zusammenhängend: $\forall (x,y) \in V^2 \; \exists$ Pfad von x nach y in G

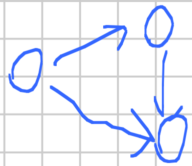
Eingangsgrad: $d^-(y) = |\{x \mid (x,y) \in E\}|$

Ausgangsgrad: $d^+(x) = |\{y \mid (x,y) \in E\}|$

Baum: $\exists r \in V: \forall x \in V$: Es existiert genau ein Pfad von ~~x~~ nach x.



Alternativen? - zyklenfrei? Nein!



- zusätzlich weder transitiv, noch symmetrisch, noch reflexiv?

Nein!

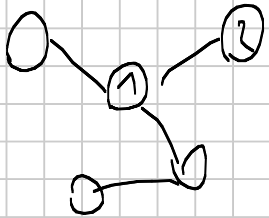
- Alle Eingangsgrade ≤ 1?

Nein!

- Alle Eingangsgrad $= 1$, Wurzel Eingangsgrad $= 0$, zyklenfrei

Ungerichtete Graphen

Knotenmenge V, Kantenmenge: $E \subseteq \{\{x,y\} \mid x \in V, y \in V\}$



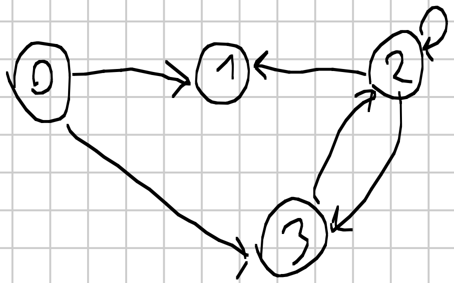
Definition Baum

Zyklenfrei? Ja!

und zusammenhängend!

Def. Grad: $d(x) = |\{y \mid y \neq x \wedge \{x,y\} \in E\}| + \begin{cases} 2 & \text{falls } \{x,x\} \in E \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Repräsentation im Rechner

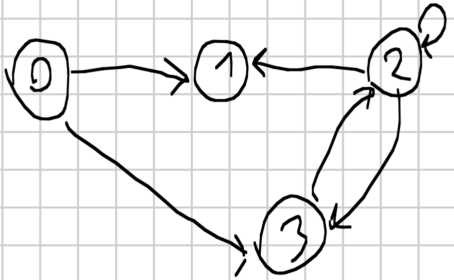


	Adjazenzliste	Adjazenzmatrix
	$v[0] = \{1, 3\}$ $v[1] = \{\}$ $v[2] = \{1, 2, 3\}$ $v[3] = \{2\}$	$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$
Vorteil	Zugriff auf Nachbarn (z.B. alle N. von Knoten 0)	Zugriff von Kanten (Ist 1 mit 0 adjazent?)
Platzsparend:	kleine Graphen	dichten großen Graphen

Matrix: Wie erkennt man Schleifen? 1 auf Hauptdiagonalen

Form von A.M. von ungerichteten Graphen? symmetrisch

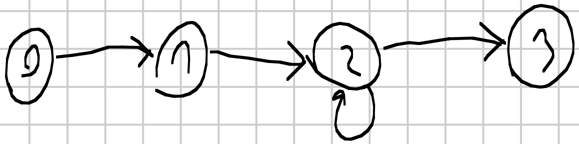
Wegematrix



$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

2. Erreichbarkeitsrelation

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$



Adjazenzmatrix? Wegematrix? 2-Erreichbarkeitsrelation?

Adjazenzmatrix A:
$$\begin{array}{c c} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Wegematrix W:
$$\begin{array}{c c} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$A^2 = \begin{array}{c c} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Algorithmen Komplexität

```
// Eingabe n ∈ ℕ
p ← 1
for i ← 1 to n do
    q ← 0
    for j ← 1 to i do
        q ← q + p
    od
    p ← q
od
// Ausgabe: p = n!
```

Additionen: $1+2+3+\ldots+n$

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\left[\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right]$$

$n=1 \Rightarrow p=1$

$n=2 \Rightarrow p=2$

$n=3 \Rightarrow p=6$