Neujahrstutorium

Notiztitel 07.01.2010

Aufgabe 1

Sei $n \in \mathbb{N}$.

Gibt es Akzeptoren A_n für die gilt:

$$L(A_n) = \{ a \in \{0,1\}^* \mid \underbrace{Num_2(a) \text{ ist durch } n \text{ teilbar}}_{Num_2(a) \bmod n = 0} \} \quad ?$$

Ja!

Konstruieren $A_n (Z, z_0, X, f, F)$

$Z = G_m$

$z_0 = 0$

$F = \{0\}$

$f = Z \times X \to Z, \quad f(z, a) = 2 \cdot z + a \mod n$

Damit gilt: $f^*(z_0, a = a_0 \cdots a_k) = \sum_{i=0}^{k^*} a_{k-i}\, 2^i \mod n \quad (*)$

$\Rightarrow f^*(z_0, a) = 0 \in F \iff Num_2(a) \mod n = 0$

(*) Anm: Es ist nicht $k = |a|$ sondern $k = |a| - 1$ der letzte Index der a_k. Nachträgliche Korrektur der Indexfehler

Beweis (*)

Induktion über Wortlänge

I.A.: $|a| = 1$:

$$f^*(z_0, a) \overset{Def}{=} \delta(z_0, a_0) \overset{Def}{=} \underbrace{2 \cdot z_0}_{=0} + a \mod n$$

$$= \sum_{j=0}^{0} a_{0-j}\, 2^j \mod n$$

I.V.: Sei $a = a_0 \cdots a_k \cdot a_{k+1}$ und es gelte $f^*(z_0, a_0 \cdots a_k) = \sum_{j=0}^{k} a_{k-j}\, 2^j \mod n$

I.S.:

$$f^*(z_0, a) \overset{Def}{=} \delta(f^*(z_0, a_0 \cdots a_k), a_{k+1}) \overset{Def}{=} 2 f^*(z_0, a_0 \cdots a_k) + a_{k+1} \mod n$$

$$\overset{I.V.}{=} 2\left(\sum_{j=0}^{k} a_{k-j}\, 2^j \mod n\right) + a_{k+1} \mod n = \sum_{j=0}^{k} a_{k-j}\, 2^{j+1} + a_{k+1} \mod n$$

$$= \sum_{j=1}^{k+1} a_{k-j+1} 2^j + a_{k+1} \mod n = \sum_{j=0}^{k+1} a_{k-j} 2^j \mod n \qquad \square$$

Aufgabe 2

Es geht um Akzeptoren mit Zustandsmenge $Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3\}$, Eingabealphabet $X = \{a, b, c\}$

a) Wieviele solcher Akzeptoren gibt es?

b) Beschreibe mindestens 1 mio. solcher Akzeptoren

c) Konstruiere Akzeptor mit o.g. Z und X, der genau die $w \in X^*$ akzeptiert, mit:

- w fängt mit a an
- w enthält nicht Teilwort ab
- w hört nicht mit a auf.

a) $\underbrace{4}_{\text{Startzustände}} \cdot \underbrace{2^4}_{F} \cdot \underbrace{(4^3)^4}_{f} = 4 \cdot \underbrace{2^4}_{} \cdot 4^{12}$

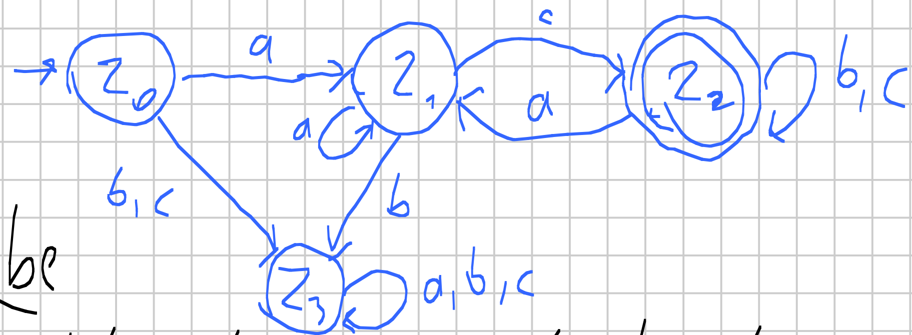
$\left[P_{er}\ {}^{2}_{4}\ (m\,w) \right]$

b) - Alle Akzeptoren, die nur akzeptierende Zustände haben

- ________ " Keinen ________ " ________
- ________ " einen ________ " ________

..

c)



Krokodilaufgabe

Zu zeigen: Krokodil ist länger als breit.

1.) Krokodil ist an der Oberseite und Unterseite lang, aber an der Oberseite grün.

$\Rightarrow$ Ein Krokodil ist länger als grün (*)

2.) Krokodil ist der Länge und der Breite nach grün, aber nur der Breite nach breit

$\Rightarrow$ Krokodil ist grüner als breit (**)

(*), (**) $\overset{\text{Transitiv}}{\Rightarrow}$ Krokodil ist länger als breit