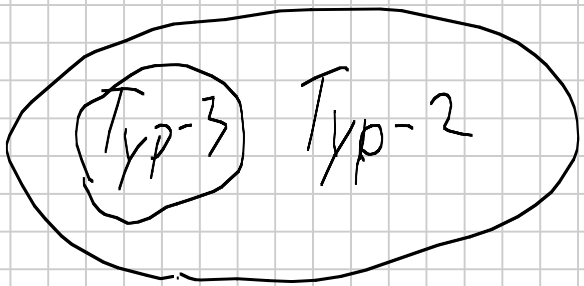
Reguläres Tutorium

Notiztitel 14.01.2010

Grammatiken



$G = (N, T, S, P)$

Typ-3 (Rechtslinearen G.)

Produktionen: $X \to wY$ oder $X \to w$, $w \in T^*$, $X, Y \in N$

Typ-2 (Kontextfreie G.)

Produktionen $X \to w$, $w \in (T \cup N)^*$, $X \in N$

Beispiele:

$G = (\{X, Y\}, \{a, b\}, X, P)$

a) $P = (X \to aY \mid \varepsilon,\ Y \to Xb)$, $L(G) = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ (Typ-2)

b) $P = (X \to aX \mid bY,\ Y \to aY \mid bX \mid \varepsilon\}$, $N_b(w)$ ist ungerade (Typ-3)

<u>Aufgaben</u>

$G = (\{X, Y, Z\}, \{a, b\}, X, P)$ mit $P = \{X \to aX \mid bY \mid \varepsilon,\ Y \to aX \mid bZ \mid \varepsilon,$
$Z \to aZ \mid bZ\}$

a) Konstruiere endl. Akzeptor

b) Beschreibung d. Grammatik mit 2 Nichtterminalsymbolen

c) Beschreibung d. Grammatik mit 1 Nichtterminalsymbol a)

b) $P = \{ X \to aX \mid bY \mid \varepsilon, \; Y \to aX \mid \varepsilon \}$

c) $P = \{ X \to aX \mid baX \mid b \mid \varepsilon \}$

Reguläre Ausdrücke

Alphabet A.

$M := \{$Menge d. reg. Ausdrücke über $A\} \subset (A \cup \{\emptyset, (,), |, *\})^*$ mit

- $\emptyset \in M$
- $\forall x \in A: \ x \in M$
- $R_1, R_2 \in M \Rightarrow (R_1 | R_2), \ (R_1 \cdot R_2) \in M$
- $R \in M \Rightarrow (R*) \in M$

Klammereinsparungen: Stern- vor Punkt- vor Strichrechnung

$\exists$ Grammatik G: $L(G) = M$?

$G = (\{R\}, \{|, (,), *, \emptyset\} \cup A, R, P)$ mit

$P = \{R \to \emptyset\} \cup \{R \to x \mid x \in A\} \cup \{R \to (R|R), R \to (R \cdot R), R \to (R*)\}$

Endl. Akzeptor für $L(G)$?

Nein!

Reguläre Ausdrücke $\Leftrightarrow$ endl. Akzeptoren $\Leftrightarrow$ Rechtslineare G.

Einschub: Beweistechniken: Ringschluss

Seien A, B Mengen: Zeige Äquivalenz folgender Aussagen:

1.) $A \subset B$ 2.) $A \cap B = A$ 3.) $A \cup B = B$

$(A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \wedge B = A)$

1.) $\Rightarrow$ 2.)

$$A \subset B \overset{Def}{\Rightarrow} \forall x \in A: x \in B \Rightarrow A \cap B \overset{Def}{=} \{x \mid x \in A \wedge x \in B\} = \{x \mid x \in A\} = A$$

2.) $\Rightarrow$ 3.) $A \subset A \cap B$

$$A \cap B = A \Rightarrow \forall x \in A: x \in A \wedge B \Rightarrow \forall x \in A: x \in B$$

$$\Rightarrow A \cup B \overset{Def}{=} \{x \mid x \in A \vee x \in B\} = \{x \mid x \in B \vee x \in B\} = \{x \mid x \in B\} = B$$

3.) $\Rightarrow$ 1.) $B \subset A \cup B$

$$A \cup B = B \Rightarrow \forall x \in B: x \in A \cup B \overset{Def}{=} \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

$$\Rightarrow \forall x \in B: x \in \{x \mid x \in A\} = A \Rightarrow A \subset B$$

$\Rightarrow$ 1.) $\Leftrightarrow$ 2.) $\Leftrightarrow$ 3.)

$\langle R \rangle :=$ Menge d. Wörter, die der reg. Ausdruck R beschreibt.

Beispiel

$$\langle (a|b)^* b^* \rangle = \langle (a|b)^* \rangle \cdot \langle b^* \rangle = (\langle a \rangle \cup \langle b \rangle)^* \langle b \rangle^*$$
$$= (\{a\} \cup \{b\})^* \{b\}^* = \{a,b\}^* \{b\}^* = \{a,b\}^*$$

Aufgaben

Reguläre Ausdrücke für Wörter über $A = \{a,b\}$

a) Teilwort abb enthalten (15 Zeichen) $(a|b)^* abb (a|b)^*$

b) Mindestens 3 bs (15 Zeichen) $a^* b a^* b a^* b (a|b)^*$

c) nirgends Teilwort ab (4 Zeichen) $b^* a^*$